Mouvement dans un champ uniforme

Cours – Terminale spécialité Physique-Chimie

Objectifs :

- Établir les équations horaires d'un mouvement dans un champ uniforme (pesanteur ou électrostatique).
- Déterminer la trajectoire, la flèche et la portée d'un projectile.
- Appliquer la même méthode à une particule chargée entre deux armatures.

Avant de commencer : l'idée et la méthode

En français	Un champ est **uniforme** dans une région de l'espace lorsque son vecteur est **le même en tout point** de cette région : même direction, même sens, même valeur. On rencontre deux champs uniformes dans ce chapitre : le **champ de pesanteur** $\vec{g}$ près du sol (vertical, vers le bas, g = 9,81 N·kg^{-1}) et le **champ électrostatique** $\vec{E}$ entre deux plaques métalliques parallèles chargées. Si un objet n'est soumis qu'à la force créée par un tel champ, cette force est **constante**, donc l'accélération aussi : on obtient des mouvements simples, une chute verticale ou une trajectoire parabolique.

La méthode à appliquer à chaque exercice

1. **Choisir le système** : l'objet étudié, réduit à son centre d'inertie G, de masse m constante.
2. **Choisir le référentiel** : terrestre (ou du laboratoire), supposé galiléen pour une étude de courte durée.
3. **Faire le bilan des forces** extérieures et préciser celles que l'on néglige (frottements de l'air, poussée d'Archimède, poids d'une particule chargée…).
4. **Appliquer la deuxième loi de Newton** pour obtenir le vecteur accélération $\vec{a}$.
5. **Projeter** sur les axes du repère, puis **intégrer deux fois** ($\vec{a} \rightarrow \vec{v} \rightarrow \overrightarrow{OM}$) en déterminant les constantes grâce aux **conditions initiales** (position et vitesse à t = 0).

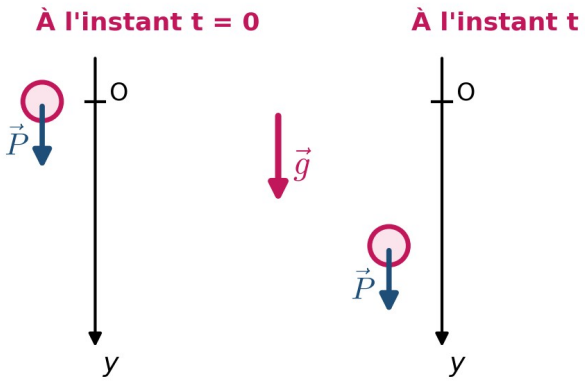
En français	L'accélération est la dérivée de la vitesse, et la vitesse est la dérivée de la position. Pour faire le chemin inverse, on cherche une **primitive**. Chaque primitive fait apparaître une **constante** (C_1, C_2, …) : on la détermine avec ce que l'on sait à l'instant t = 0.
En formules	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $\qquad$ $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

Si l'on doit intégrer…	Une primitive est…
0	une constante C
une constante k	k × t + C
k × t	½ × k × t² + C

1 Application n°1 : la chute libre (le caillou lâché)

Situation : on lâche un caillou, sans vitesse initiale. On cherche ses équations horaires, c'est-à-dire x(t) et y(t).

Système	Référentiel	Bilan des forces
le caillou, de masse m constante	terrestre, supposé galiléen	le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$ seul ; frottements de l'air et poussée d'Archimède négligés



Accélération

En français	Le caillou n'est soumis qu'à son poids : c'est une **chute libre**. La deuxième loi de Newton dit que la somme des forces est égale à la masse multipliée par l'accélération. Ici, la seule force est le poids m $\vec{g}$: la masse m se simplifie des deux côtés, donc **l'accélération est égale au champ de pesanteur**, quelle que soit la masse de l'objet.
En formules	$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} \implies \vec{P} = m\,\vec{a} \implies m\,\vec{g} = m\,\vec{a} \implies \vec{a} = \vec{g}$$

En français	On choisit un axe vertical Oy **orienté vers le bas**, d'origine O au point de lâcher. Le vecteur $\vec{g}$ pointe dans le sens de l'axe : sa coordonnée est donc **+g**. Il n'y a aucune composante horizontale.

Vitesse

En français	On intègre l'accélération pour obtenir la vitesse. Les constantes sont fixées par la condition initiale : le caillou est lâché **sans vitesse** : $v_x(0) = v_y(0) = 0$, ce qui donne $C_1 = 0$ et $C_2 = 0$.
En formules	$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = g \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = gt + C_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Conditions initiales}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = gt \end{cases}$$

Position

En français	On intègre la vitesse pour obtenir la position. Le caillou part de l'origine : x(0) = 0 et y(0) = 0, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = 0$.
En formules	$$\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = gt \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = C_3 \\ y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + C_4 \end{cases} \xrightarrow{\text{Conditions initiales}} \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

En français	La vitesse est proportionnelle au temps (elle augmente de 9,81 $m \cdot s^{-1}$ à chaque seconde) et la distance parcourue est proportionnelle à t^2 : si la durée de chute double, la distance est multipliée par 4. Le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré** : trajectoire droite, accélération constante et de même sens que la vitesse.

Et si le caillou est lancé, ou ne part pas de l'origine ?

En français	Avec une vitesse initiale v_0 vers le bas, la constante C_2 vaut v_0 au lieu de 0. Si le caillou part d'une position initiale y = H, la constante C_4 vaut H : on ajoute simplement H à y(t).
En formules	$v_y(t) = gt + v_0 \qquad y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0\,t$

Durée et vitesse d'arrivée pour une chute de hauteur h

En français	On cherche la date t à laquelle le caillou a parcouru la hauteur h (y = h), puis on calcule la vitesse à cette date.
En formules	$y = h \iff \frac{1}{2}gt^2 = h \iff t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad v = gt = \sqrt{2gh}$

À RETENIR

Dans un champ de pesanteur uniforme, un objet en **chute libre** a une accélération **égale au vecteur champ de pesanteur** : $\vec{a} = \vec{g}$. Elle ne dépend pas de sa masse.

⚠️ **Attention au sens de l'axe**

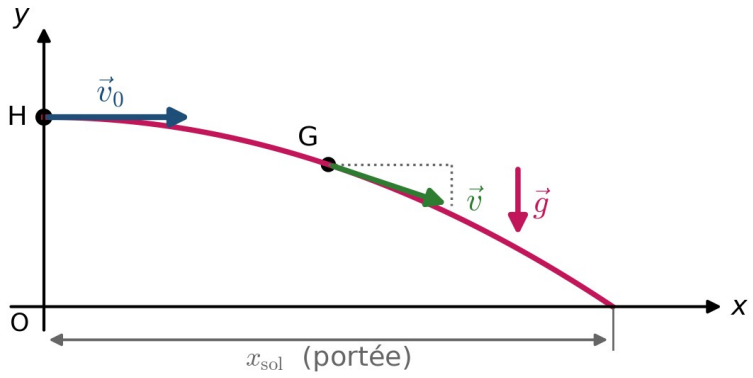
Le signe de g dépend de l'axe choisi : axe vertical **vers le bas** → a_y = **+g** ; axe vertical **vers le haut** → a_y = **−g**.

2 Application n°2 : la partie de tennis (lancer horizontal)

Situation : au service, une balle de tennis de masse m est frappée **horizontalement**, depuis une hauteur H, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. On cherche ses équations horaires et sa trajectoire.

Repère : Ox horizontal vers l'avant, Oy vertical **vers le haut**, origine O au sol à la verticale du point de départ. La position initiale est donc (0 ; H).

Système	Référentiel	Bilan des forces
la balle de tennis, de masse m constante	terrestre, supposé galiléen	le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$ seul ; frottements de l'air et poussée d'Archimède négligés



Accélération et vitesse

En français	Même bilan que pour la chute libre : poids seul, donc $\vec{a} = \vec{g}$. Mais l'axe Oy est cette fois orienté vers le haut : $\vec{g}$ pointe dans le sens opposé à l'axe, sa coordonnée est **−g**. Horizontalement, aucune force : l'accélération est nulle. Après intégration, on utilise les conditions initiales : à t = 0, la vitesse est horizontale et de valeur v_0, donc $v_x(0) = v_0$ et $v_y(0) = 0$. On en déduit $C_1 = v_0$ et $C_2 = 0$.
En formules	$\vec{a}_G \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -gt + C_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Conditions initiales}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases}$

Position

En français	On intègre une seconde fois. La balle part du point (0 ; H) : x(0) = 0 et y(0) = H, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H$.
En formules	$\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -gt \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 t + C_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + C_4 \end{cases} \xrightarrow{\text{Conditions initiales}} \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + H \end{cases}$

En français	Horizontalement, la vitesse reste égale à v_0 : le mouvement est **rectiligne uniforme**. Verticalement, la balle tombe comme un objet en chute libre. Les deux mouvements sont **indépendants** : la balle tombe comme si on l'avait lâchée, tout en avançant à vitesse constante.

Équation de la trajectoire

En français	Pour obtenir la trajectoire, on **élimine le temps** : on tire t de x(t), puis on le remplace dans y(t). On obtient y en fonction de x : un polynôme du second degré, donc une **parabole** tournée vers le bas.
En formules	$t = \frac{x}{v_0} \implies y(x) = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2}x^2 + H$

Où la balle retombe-t-elle ?

En français	La balle touche le sol quand y = 0. On en déduit la durée du vol, puis la distance horizontale parcourue pendant ce temps. La durée du vol ne dépend pas de v_0 : seule la hauteur H compte.
En formules	$y = 0 \iff \frac{1}{2}gt^2 = H \iff t_{\text{sol}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \qquad x_{\text{sol}} = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$

À RETENIR

Un lancer horizontal est la combinaison d'un **mouvement uniforme horizontal** et d'une **chute libre verticale**. La trajectoire est une **parabole**.

3 Application n°3 : le basket (lancer oblique)

Situation : on lance un ballon de basket depuis le point (0 ; H) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ de valeur v_0, inclinée d'un angle α au-dessus de l'horizontale. (Pour un lancer depuis le sol, comme au golf, H = 0.) Le système, le référentiel et le bilan des forces sont les mêmes que pour le tennis.

Décomposer la vitesse initiale

En français	La vitesse initiale est oblique : on la projette sur les deux axes à l'aide du triangle rectangle qu'elle forme. Le côté **adjacent** à l'angle α donne la composante horizontale (**cosinus**) ; le côté **opposé** donne la composante verticale (**sinus**).
En formules	$\cos\alpha = \dfrac{v_{0x}}{v_0} \Longrightarrow v_{0x} = v_0\cos\alpha \qquad \sin\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_0} \Longrightarrow v_{0y} = v_0\sin\alpha$

Accélération et vitesse

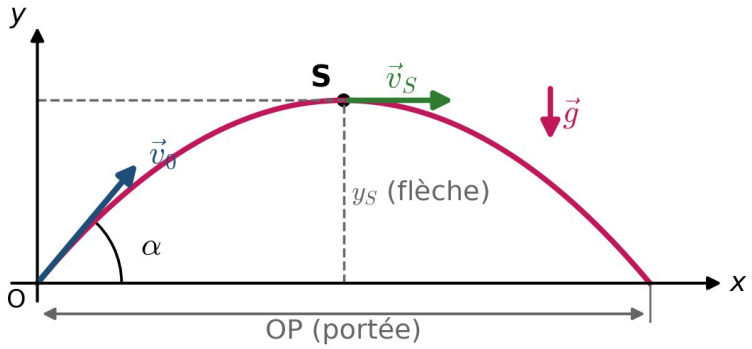
En français	Le bilan est identique (poids seul) : $\vec{a} = \vec{g}$, de coordonnées (0 ; −g). Après intégration, les conditions initiales sont maintenant les composantes de $\vec{v}_0$: $C_1 = v_0 \cos\alpha$ et $C_2 = v_0 \sin\alpha$.
En formules	$\vec{a}_G \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -gt + C_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Conditions initiales}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases}$

Position

En français	On intègre à nouveau. Le ballon part de (0 ; H) : les deux nouvelles constantes valent $C_3 = 0$ et $C_4 = H$.
En formules	$\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration + conditions initiales}} \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\alpha)\,t + H \end{cases}$

Équation de la trajectoire

En français	Comme précédemment, on élimine le temps. Le terme en x^2 est négatif : la trajectoire est une **parabole tournée vers le bas**.
En formules	$t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha} \Longrightarrow y(x) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{g}{v_0^2\cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x + H$



La flèche : altitude maximale atteinte

En français	La flèche est l'altitude du **sommet S** de la trajectoire. En S, le ballon a fini de monter et n'a pas commencé à redescendre : sa **vitesse verticale est nulle** (il ne reste que la composante horizontale). On cherche la date t_s où v_y s'annule, puis on calcule y à cette date.

En formules	$$v_y(t_S)=0 \iff -g t_S + v_0 \sin\alpha = 0 \iff t_S = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$ $$y_S = y(t_S) = -\frac{1}{2} g t_S^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t_S + H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} + H$$

La portée : distance horizontale avant de retomber

En français	La portée est la distance horizontale parcourue jusqu'au retour au sol, c'est-à-dire quand y = 0. On obtient une **équation du second degré** en x : on calcule Δ, puis on retient la **racine positive**.
En formules	$$y(x_P)=0 \iff -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2\cos^2\alpha} x_P^2 + (\tan\alpha)\, x_P + H = 0$$ $$a x^2 + b x + c = 0 \quad \text{avec} \quad a = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha} \;;\; b = \tan\alpha \;;\; c = H \qquad \Delta = b^2 - 4ac$$

En français	**Cas particulier H = 0** (lancer depuis le sol) : on peut mettre x en facteur. Une solution est le point de départ (x = 0), l'autre est la portée OP. On utilise ensuite la relation sin 2α = 2 sin α cos α.
En formules	$$x\left(-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha} x + \tan\alpha\right) = 0 \implies x = 0 \;\text{ ou }\; x = \frac{2v_0^2\cos^2\alpha\tan\alpha}{g}$$ $$OP = \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha$$

Portée maximale

En français	Pour une vitesse v_0 donnée, la portée dépend de l'angle par sin 2α, dont la valeur maximale est 1. La portée est donc maximale pour 2α = 90°, soit **α = 45°**. Deux angles complémentaires (par exemple 30° et 60°) donnent la même portée.
En formules	$$\sin 2\alpha = 1 \iff \alpha = 45^\circ \qquad OP_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \qquad y_S = \frac{v_0^2}{4g}$$

À RETENIR

Un lancer oblique est la combinaison d'un mouvement **uniforme horizontal** et d'un mouvement **uniformément varié vertical**. Au sommet, $\mathbf{v_y = 0}$. Les formules de portée OP = v_0^2 sin 2α / g et de portée maximale ne valent que pour **H = 0**.

4 Particule chargée dans un champ électrique uniforme

Le champ électrostatique et le condensateur plan

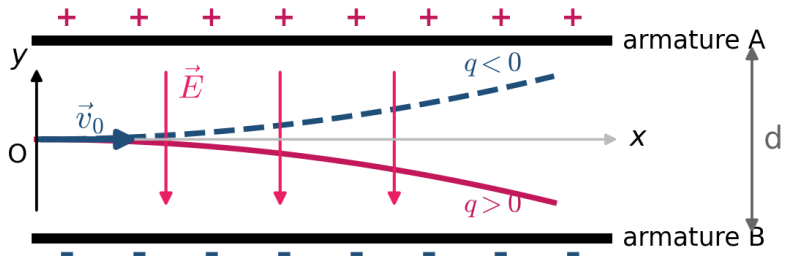
En français	Le champ électrostatique $\vec{E}$ est défini à partir de la force $\vec{F}$ que subit une charge q placée dans le champ. Si q > 0, $\vec{F}$ et $\vec{E}$ ont **le même sens** ; si q < 0, ils ont des **sens opposés**. Son unité est le volt par mètre ($V \cdot m^{-1}$), équivalente au newton par coulomb ($N \cdot C^{-1}$). Un **condensateur plan** est formé de deux plaques métalliques parallèles, les **armatures**, séparées par un isolant. Quand on impose une tension U entre elles, il apparaît entre les armatures un champ **uniforme**, de **direction perpendiculaire** aux plaques, de sens allant de l'armature **positive** vers l'armature **négative**.

En formules	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \iff \vec{F} = q\,\vec{E} \qquad E = \frac{F}{\lvert q \rvert}$ $E = \frac{\lvert U \rvert}{d} \qquad E \text{ en V} \cdot \text{m}^{-1}\ ;\ U \text{ en V}\ ;\ d \text{ en m}$

Étude du mouvement

Situation : une particule de charge q et de masse m pénètre, à t = 0, entre les armatures A (positive, en haut) et B (négative, en bas) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ **horizontale**. Repère : Ox horizontal, Oy vertical vers le haut, origine O à l'entrée, au milieu des armatures. Le champ $\vec{E}$ est dirigé de A vers B, donc ses coordonnées sont (0 ; −E).

Système	Référentiel	Bilan des forces
la particule de charge q et de masse m	du laboratoire, supposé galiléen	la force électrique $\vec{F}$ = q × $\vec{E}$ seule ; le poids est négligeable (masse très faible)



Accélération

En français	La seule force est la force électrique q $\vec{E}$. La deuxième loi de Newton donne m $\vec{a}$ = q $\vec{E}$: l'accélération est dirigée **selon le champ** — dans le même sens si q > 0, dans le sens opposé si q < 0. Contrairement à la chute libre, elle **dépend de la masse** (et de la charge).
En formules	$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} \implies q\,\vec{E} = m\,\vec{a} \implies \vec{a} = \frac{q}{m}\,\vec{E}$

Vitesse et position

En français	Même démarche qu'avant. À l'entrée, la vitesse est horizontale : $C_1 = v_0$ et $C_2 = 0$. La particule part de l'origine : les constantes de position sont nulles.
En formules	$\vec{a}_G \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -\frac{qE}{m} \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -\frac{qE}{m}\,t + C_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Conditions initiales}} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -\frac{qE}{m}\,t \end{cases}$ $\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = -\frac{qE}{m}\,t \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration + conditions initiales}} \overrightarrow{OM} \begin{cases} x(t) = v_0\,t \\ y(t) = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\,t^2 \end{cases}$

Équation de la trajectoire

En français	On élimine le temps : c'est une **parabole**, dont la **concavité dépend du signe de q**. Si q > 0, la particule est déviée vers l'armature négative B ; si q < 0, elle est déviée vers l'armature positive A.

En formules	$t = \frac{x}{v_0} \implies y(x) = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m\,v_0^2}\,x^2$

En français	**Si la particule entre avec un angle α** par rapport à l'axe Ox, on retrouve les équations du basket en remplaçant g par q E / m : le mouvement reste dans le plan formé par $\vec{v}_0$ et $\vec{E}$.
En formules	$y(x) = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m\,v_0^2\cos^2\alpha}\,x^2 + (\tan\alpha)\,x$

Déviation à la sortie des armatures

En français	Si les armatures ont une longueur L, la particule en sort à la date t_L où x = L. On reporte cette date dans y(t) pour obtenir la déviation. Elle ne heurte pas une armature si cette déviation reste inférieure à d / 2.
En formules	$t_L = \frac{L}{v_0} \implies y(L) = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\frac{L^2}{v_0^2}$

Particule	Charge q	Déviation (E vers le bas)
électron	q = −e	vers l'armature positive A
proton	q = +e	vers l'armature négative B
ion Xe^{2+}	q = +2e	vers l'armature négative B

avec e = 1,6 × 10^{-19} C (charge élémentaire).

À RETENIR

L'accélération d'une particule chargée dans un champ électrostatique est **dirigée selon $\vec{E}$**. Avec une vitesse initiale non nulle, le mouvement se fait dans un **plan** et la trajectoire est une **parabole** dont la concavité dépend du signe de q.

Comparaison : pesanteur et champ électrostatique

	Champ de pesanteur $\vec{g}$	Champ électrostatique $\vec{E}$
Force subie	poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$	force électrique $\vec{F} = q \times \vec{E}$
Accélération	$\vec{a} = \vec{g}$ (indépendante de m)	$\vec{a} = (q / m) \times \vec{E}$ (dépend de m et de q)
Sens de l'accélération	toujours vers le bas	selon le signe de q
Trajectoire	parabole	parabole
Ce qu'on néglige	frottements, poussée d'Archimède	le poids de la particule

Erreurs fréquentes à éviter

- Oublier que le **signe de g** dépend du sens de l'axe vertical.
- Oublier les **conditions initiales** : sans elles, les constantes ne sont pas déterminées.
- Confondre v_0 et ses composantes : utiliser **v_0 cos α** à l'horizontale et **v_0 sin α** à la verticale.
- Utiliser OP = v_0^2 sin 2α / g alors que **H ≠ 0**.
- Oublier le **signe de q** pour prévoir le sens de la déviation d'une particule chargée.